

Statische Fuzzy Farbhistogramme

Mark Ross

*Labor Bilderkennen
Universität Koblenz
56075 Koblenz, Germany
ross@uni-koblenz.de*

Zusammenfassung

Histogramme sind ein wichtiges statistisches Hilfsmittel zur Analyse von Bildern. Bei Farbbildern verwendet man aufgrund der enormen Anzahl möglicher Farben i. d. R. reduzierte Histogramme, bei denen mehrere Farben jeweils zu einer Farbklasse zusammengefasst werden. Dabei sind sowohl statische als auch dynamische Partitionierungen des jeweiligen Farbraumes bekannt.

In dieser Arbeit sollen wir Statische Fuzzy Farbhistogramme als neuen Ansatz vor, bei denen unter Verwendung einer statischen Farbraumpartitionierung eine anteilige Zuordnung eines Farbpixels zu mehreren Farbklassen erfolgt.

1 Klassische Farbhistogramme

1.1 Dreikanal-Farbhistogramme

In jedem Farbkanal eines Farbraumes (z. B. RGB-Farbraum) ist eine separate Histogrammanalyse möglich, d.h. es entstehen drei separate Histogramme, die die Intensitätsverteilung der einzelnen Farbkanäle beschreiben. Man spricht hier von einem Dreikanal-(Farb)Histogramm, obwohl es sich um drei Einkanal-Histogramme handelt.

Bei der Verwendung von Dreikanal-Farbhistogrammen wird jedoch der eigentliche Farbaspekt nicht berücksichtigt; die Zerlegung eines Farbvektors in seine Komponenten lässt eine sinnvolle Farbinterpretation nicht mehr zu (siehe Abb. 6b).

1.2 Statische Farbhistogramme

Statische Farbhistogramme basieren auf einer Menge von Farbklassen, die statisch festgelegt sind. Oft wird eine gleichmäßige Partitionierung des RGB-Farbraumes durch eine äquidistante Einteilung der einzelnen Kanäle vorgenommen, wie in Abb. 1 für eine Partitionierung in 4^3 Farbklassen dargestellt ist.

Ein wichtiger Vorteil der statischen Farbraumpartitionierung zur Histogrammdefinition liegt in der anwendungsunabhängigen Einsetzbarkeit, da alle Farben des Farbraumes gleichmäßig repräsentiert sind.

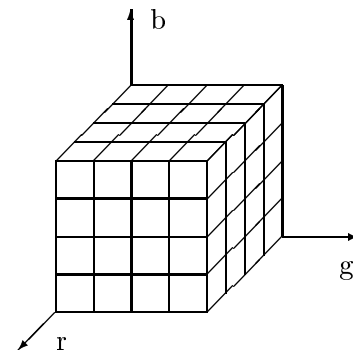


Abbildung 1: *Partitionierung des RGB-Farbraumes in 4^3 Farbklassen*

Der Nachteil dabei ist jedoch, dass die meisten Bilder aus Farben bestehen, die nicht das gesamte Farbspektrum abdecken, so dass einige der Farbklassen nicht genutzt werden.

Ein weiterer Nachteil statischer Farbhistogramme ist außerdem, dass Farbwerte, die nahe an einer Klassengrenze liegen, schon durch geringes Rauschen in eine andere Klasse fallen können. Der dabei auftretende Fehler ist umso größer, je weniger Farbklassen es gibt, d.h. je größer die Klassenbreite ist. Abb. 6 c) zeigt ein statisches Farbhistogramm basierend auf dem RGB-Farbraum.

Problematisch ist jedoch die grafische Darstellung in Form eines Balkendiagrammes, wie es bei einkanaligen Histogrammen üblich ist: Da sich keine Ordnungsbeziehung zwischen den Farbklassen angeben lässt, können die Farbklassen nicht sinnvoll auf einer Abszisse angeordnet werden. Es kann lediglich eine Farbskala der Klassenmittelwerte angegeben werden, die jedoch keine Aussage über Nachbarschaftsbeziehungen der Farbklassen enthält!

1.3 Dynamische Farbhistogramme

Aufgrund der Nachteile der statischen Farbhistogramme wird oft ein dynamisches Farbhistogramm verwendet, bei dem die Farbklasseneinteilung dynamisch, also abhängig vom Bildinhalt, erfolgt. Die Berechnung der dynamischen Farbklassen erfolgt z.B. mit dem k-means Algorithmus [2], einem Cluster-Verfahren, das den Farbraum in k Farbklassen unterteilt.

Dynamische Farbhistogramme sind zwar robuster (weniger störanfällig) als statische Farbhistogramme, haben dafür aber einige andere Nachteile:

- Für jede Klasse muss neben der Häufigkeit auch der Farbmittelwert explizit angegeben werden.
- Der direkte Vergleich zweier dynamischer Farbhistogramme ist aufwendig, da sich keine unmittelbare Klassenzuordnung der Histogramme ergibt.
- Der Implementierungs- und Rechenaufwand ist aufgrund des Clusteralgorithmus größer als bei statischen Farbhistogrammen.

2 Statische Fuzzy Farbhistogramme

2.1 Notationen

Wir betrachten im Folgenden Histogramme als eine Abbildung einer Menge C aus n Farbklassen c_ν auf \mathbb{R} :

$$H : C \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad C = \{c_1, \dots, c_n\} \quad (1)$$

Ferner bezeichnet:

$$z(c_\nu) : C \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad = \quad \text{Zentrum der Farbklasse } c_\nu \quad (2)$$

$$h(c_\nu) : C \rightarrow \mathbb{R} \quad = \quad \text{Häufigkeit der Pixel der Farbklasse } c_\nu. \quad (3)$$

2.2 Der Fuzzy-Ansatz

Ein neuer Ansatz, der die Vorteile von statischen und dynamischen Farbhistogrammen vereint, sind Statische Fuzzy Farbhistogramme. Dabei wird basierend auf einer statischen Unterteilung des Farbraumes nun keine scharfe Zuordnung der Pixel zu den Farbklassen vorgenommen, sondern eine partielle Zugehörigkeit berücksichtigt. Eine Farbe kann hier anteilig zu mehreren Farbklassen gehören. Wenn eine Farbe genau im Klassenzentrum liegt, hat sie volle Zugehörigkeit zu dieser Klasse.

Wie in der Fuzzy-Logik [8] lassen sich auch hier Membership-Funktionen angeben. Soll eine Farbachse z.B. in 4 Bereiche partitioniert werden, könnte eine mögliche Definition der Membership-Funktionen gemäß Abb. 2 erfolgen. Eine Farbklasse hat hier eine Klassenbreite von $256/4 = 64$ Einheiten; im Klassenzentrum ist die volle Zugehörigkeit gegeben (gleich Eins) und am Rand zur Nachbarklasse teilen sich die Zugehörigkeiten zu gleichen Teilen auf die beiden Farbklassen auf.

Im Dreidimensionalen ergibt sich die Klassenzugehörigkeit eines Farbpixels aus dem Produkt der Zugehörigkeiten der drei Membership-Funktionen.

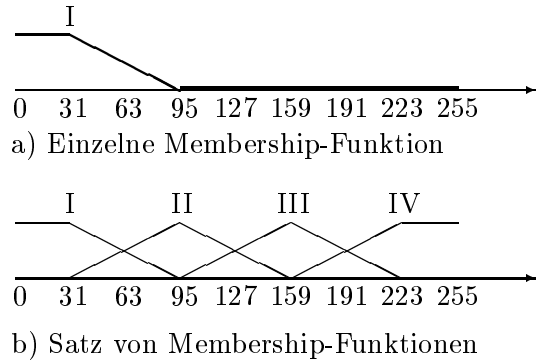


Abbildung 2: *Membership-Funktion für eine Dimension des Farbraumes*

Das Statische Fuzzy Farbhistogramm kennzeichnet sich durch folgende Eigenschaften:

- Die Statische Klasseneinteilung sorgt für eine einfache und schnelle Implementierung. Die Farbmittelwerte der Klassen sind a-priori bekannt.
- Die anteilige Klassenzugehörigkeit sorgt für eine robuste Zuordnung.
- Statische Fuzzy Farbhistogramme lassen sich addieren oder voneinander subtrahieren; dadurch lässt sich sofort ein Histogramm für die Vereinigung von Bildausschnitten angeben, wenn die Histogramme für die Ausschnitte bekannt sind. Bei Region-Growing-Verfahren kann ein Histogramm mit der Region mitwachsen. Außerdem lässt sich einfach feststellen, ob ein Bildausschnitt in einem Bild enthalten ist.
- Im Gegensatz zu dynamischen Farbhistogrammen ist die Implementierung iterationsfrei und dadurch schneller.

2.3 Die Partitionierung des HSV-Farbraumes

Die Intensität der Farben variiert mit der Beleuchtung und dem Schattenwurf bei der Bildaufnahme. Um diese oft unerwünschte Abhängigkeit auszublenden, wird in der Literatur meist eine Auftrennung eines Farbbildes in einen chromatischen und einen achromatischen Anteil vorgeschlagen. Beide Anteile werden dann separat behandelt und die Ergebnisse anschließend zusammengeführt. Im HSV-Farbraum ist diese Auftrennung bereits vorhanden; die achromatischen, also ungesättigten Farben¹ liegen auf (bzw. in der Umgebung) der V-Achse, also bei $s = 0$. Mit zunehmender Entfernung der V-Achse steigt die Chromatizität der Farbe. Eine erste Partitionierung trennt nun den HSV-Raum in Abhängigkeit von der Sättigung s in einen schmalen Zylinder um die V-Achse, in dem die Grauwerte liegen. Außerhalb dieses Zylinders befinden sich die bunten Farben. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 s < cl & \quad \text{achromatische Farben} \\
 s \geq cl & \quad \text{chromatische Farben} \\
 cl & \quad \text{Chrominanz-Luminanz-Schwelle}
 \end{aligned}$$

Zwar ist die Intensität im chromatischen Anteil oft eine störende Größe, im achromatischen Teil ist sie jedoch die wesentliche Komponente: bei einer Segmentierung gehören bunte, räumlich zusammenhängende Flächen, die sich nur in der Helligkeit unterscheiden (z. B. hellrot und dunkelrot), oft zum selben Objekt. Dies trifft aber in der Regel nicht bei achromatische Farben (z. B. schwarz und

¹Nach Richter [3] werden auch Grautöne als Farben bezeichnet, zur näheren Spezifizierung dient hier der Zusatz bunt bzw. unbunt.

weiß) zu. Daher wird der achromatische Anteil in Abhängig von der Intensität v in 2^{v_p} Teile weiter partitioniert. Dies entspricht einem Grauwert histogramm, das 2^{v_p} Klassen hat.

Nun erfolgt für den chromatischen Bereich des HSV-Farbraumes eine Partitionierung der Sättigung und des Farbwinkels erfolgen. Diese Partitionierung teilt den HSV-Farbraum also in einen chromatischen und einen achromatischen Bereich; die Farbklassendefinition im chromatischen Bereich erfolgt anhand des Farbtones und der Sättigung, im achromatischen Bereich allein aufgrund der Intensität. Eine mögliche Partitionierung sieht man in Abb. 3: hier ist die H-Achse in 6, der chromatische Teil der S-Achse in 2 und der achromatische Bereich des HSV-Farbraumes entlang der V-Achse in 4 Partitionen geteilt; damit ergibt sich die Anzahl der Farbklassen zu $2 \times 6 + 4 = 16$.

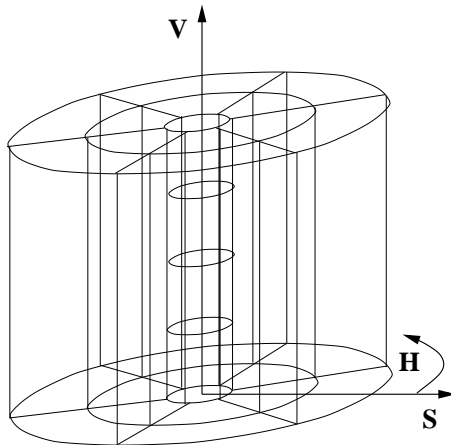


Abbildung 3: Partitionierung des HSV-Farbraumes

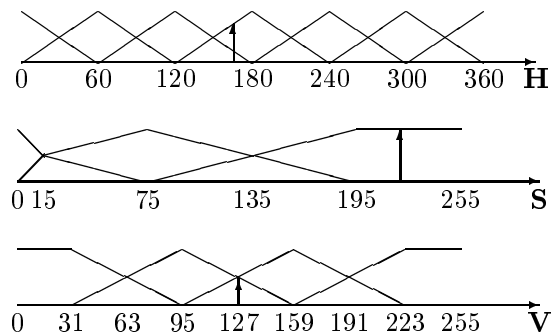


Abbildung 4: Membership-Funktionen für den HSV-Farbraum

Für diese Partitionierung wird die Zugehörigkeit einer Farbe zu den jeweiligen Farbklassen durch Multiplikation der Werte aus den Membership-Funktionen in Abb. 4 bestimmt.

Beispiel: Gegeben sei die Partitionierung und Festlegung der Membership-Funktionen gemäß Abb. 3 und 4. Die Klassenzugehörigkeit eines Pixels mit der Farbe $(H, S, V) = (165, 220, 127)$ zur Klasse mit dem Klassenzentrum bei $(H, S, V) = (180, 165, 159)$ ergibt sich zu $0.75 \cdot 1.0 \cdot 0.5 = 0.375$. Der selbe Pixel hat zur Klasse mit Klassenzentrum bei $(H, S, V) = (180, 165, 95)$ eine Zugehörigkeit von $0.75 \cdot 1.0 \cdot 0.0 = 0.0$. Die Summe aller 16 Zugehörigkeiten ergibt 1.0.

Natürlich können die einzelnen Dimensionen des HSV-Farbraumes auch anders partitioniert werden; die Schwelle zwischen Chrominanz und Luminanz sollte dabei allerdings relativ niedrig gewählt werden². Um die Anzahl der Farbklassen möglichst gering zu halten, sollte man eher die Partitionierung der Sättigung als die des Farbwinkels klein halten. Die Anzahl der Unbuntklassen ist natürlich von der Anwendung abhängig; für Bilder mit einem hohem Anteil achromatischer Pixel ist sicherlich eine feinere Partitionierung des Value zu wählen.

Ein Farbwert kann bei dieser Partitionierung des HSV-Raumes zu höchstens 4 Farbklassen eine Zugehörigkeit haben. Die Summe dieser Zugehörigkeiten ist stets 1.

3 Eigenschaften der Histogramme

3.1 Momente im RGB-Farbraum

Unter bestimmten Voraussetzungen (s. u.) lassen sich aus Statischen Fuzzy Farbhistogrammen sogar Momente berechnen. Dies ist weder bei den klassischen statischen noch bei dynamischen Histogram-

²Mathematisch gesehen sind alle Farben mit einer von 0 verschiedenen Sättigung bunt; hier ist aber eher eine Schwelle basierend auf einem visuellen Eindruck, bzw. anwendungsspezifisch, zu wählen

men möglich, da hier ein Pixel immer vollständig innerhalb oder außerhalb einer Farbklasse liegt, die Information über seine exakte Lage jedoch verloren geht.

Seien die Zugehörigkeiten wie folgt gegeben: Die Zugehörigkeiten haben im Klassenzentrum³ stets den Wert Eins und nehmen mit dem Abstand vom Zentrum linear ab. Für jeden Farbwert ist die Summe seiner Zugehörigkeiten Eins. Abb. 5 zeigt eine mögliche Zugehörigkeitsfunktion gemäß dieser Voraussetzung.

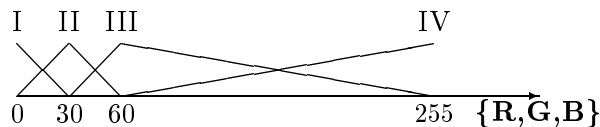


Abbildung 5: *Membership-Funktion*

Dann kann aus dem Histogramm eines einzelnen Pixels sein genauer Farbwert berechnet werden. Da ein Histogramm eines Bildes identisch mit der urnenweisen Addition der einzelnen Histogramme der Pixel ist, kann der Farbmittelwert μ eines Bildes aus dem Statischen Fuzzy Farbhistogramm dieses Bildes berechnet werden, z. B. im RGB-Farbraum:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_R \\ \mu_G \\ \mu_B \end{pmatrix} = \frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^n z(c_\nu) \cdot h(c_\nu) = \frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^n \begin{pmatrix} z_R(c_\nu) \\ z_G(c_\nu) \\ z_B(c_\nu) \end{pmatrix} \cdot h(c_\nu) \quad (4)$$

mit $N = \sum_{\nu=1}^n h(c_\nu) = \text{Anzahl der Pixel}$

Analog lassen sich auch höhere Momente berechnen, z. B. die Varianz σ^2 :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^n (z(c_\nu) - \vec{\mu})^2 \cdot h(c_\nu) \quad (5)$$

3.2 Flexibilität

Die Realisierung der Membership-Funktionen kann über Lookup-Tabellen erfolgen. Dies garantiert eine schnelle Berechnung des Histogramms. Ausserdem sind durch den Einsatz von Lookup-Tabellen beliebige Zugehörigkeitsfunktionen möglich, z. B. eine feinere Partitionierung im Bereich der roten Farben! Dementsprechend könnte eine Partitionierung für einzelne Anwendungen wie z. B. Blutbildaufnahmen, die aus schwach gesättigten, rötlich violetten Farben besteht, optimiert werden!

3.3 Einfache Ähnlichkeitsmaße

In der Praxis ist es oft eine wichtige Aufgabe, Bilder bzw. Bildregionen bezüglich farblicher Ähnlichkeit zu analysieren (z. B. bei Anfragen an Bilddatenbanken oder der Auffindung von Objekten in Bildern). Dazu werden i.d.R. zunächst von den zu vergleichenden Bildern die Farbhistogramme H_1 und H_2 berechnet, um nun einen Matchwert für diese Histogramme zu ermitteln.

Dazu sind in der Literatur [4], [5], [6], [7] verschiedene Methoden bekannt, z. B.

- Summe der Abstandsquadrate (sum of squared differences, SSD):

$$SSD(H_1, H_2) = \sum_{\nu=1}^n (h_1(c_\nu) - h_2(c_\nu))^2 \quad (6)$$

³Unter Klassenzentrum ist dann nicht zwangsläufig der Farbmittelwert aller zur Klasse zugehörigen Farben zu verstehen, sondern der (einzige) Farbwert, für den die Klassenzugehörigkeit gleich Eins ist. Ein Klassenzentrum kann damit auch auf dem Rand des Farbraumes liegen.

- χ^2 -Test aus der Statistik, [6]:

$$\chi^2(H_1, H_2) = \sum_{\nu=1}^n \frac{(h_1(c_\nu) - h_2(c_\nu))^2}{h_2(c_\nu)} \quad (7)$$

- Histogrammschnitt (Histogram Intersection, HI), [7]:

$$HI(H_1, H_2) = \sum_{\nu=1}^n \min\{h_1(c_\nu), h_2(c_\nu)\} \quad (8)$$

- Erdbewegungsabstand (Earth Mover's Distance, EMD), [5]. Der EMD gibt die minimalen Transportkosten von einem Histogramm in ein anderes an:

$$EMD = f\left(z(H_1), h(H_1), z(H_2), h(H_2)\right) \quad (9)$$

Die einfachen Verfahren wie SSD, χ^2 oder HI setzen jedoch alle voraus, das die Histogramme die gleiche Klassenanzahl sowie die gleichen Klassenzentren aufweisen. Dies ist bei dynamischen Histogrammen nicht der Fall, da die Farbklassen vom Bildinhalt abhängen. Somit ist also nicht nur die Berechnung Statischer Fuzzy Farbhistogramme schneller als die Berechnung dynamischer Farbhistogramme, sondern auch ihre Weiterverarbeitung.

4 Fazit

Durch den Fuzzy-Ansatz kann sogar die Anwendung eines Farbhistogramms für nur einen einzigen Pixel sinnvoll sein, z. B. für Regionenwachstumsverfahren. So lassen sich mit Fuzzy-Farbhistogrammen Aussagen darüber machen, ob zwei Pixel farbähnlich sind; bei statischen Farbhistogrammen kann man lediglich entscheiden, ob zwei Pixel in der selben Farbkategorie liegen, bzw. wie unähnlich die jeweiligen Farbkategorien sind.

Die Dimension des Merkmalsvektors eines Fuzzy-Histogramms ist um den Faktor 4 kleiner als bei dynamischen Farbhistogrammen mit gleicher Klassenanzahl, da bei letzteren noch die Bezugsfarbe der Farbkategorien gespeichert werden muss, die bei Fuzzy-Farbhistogrammen aufgrund der festen Klasseneinteilung implizit gegeben ist. Bei zeitkritischen Histogramm-Vergleichen scheiden dynamische Histogramme oft schon daher aus, weil ihre Berechnung sehr rechenintensiv ist und ausserdem nicht mehr einfache Matchfunktionen wie SSD oder HI sondern rechenintensive Funktionen wie EMD verwendet werden müssen.

Ausserdem sind Statische Fuzzy Farbhistogramme weniger dünn bestzt als klassische statische Farbhistogramme.

Bei Aufnahmen von natürlichen Szenen unterscheiden sich Statische Fuzzy Farbhistogramme von statischen Farbhistogrammen manchmal nur wenig. Dies kann durch die statistische Streuung der Pixel begründet werden: Pixel, die in der Nähe einer Klassengrenze liegen, werden bei einer scharfen Zuordnung nur einer Klasse zugeordnet - bei dieser Zuordnung wird ein Fehler gemacht, der bei einer Fuzzy-Zuordnung nicht auftritt. Da die Pixel in natürlichen Szenen aber einer statistischen Streuung unterliegen, kompensieren sich diese Fehler zum Teil. Betrachtet man jedoch synthetische Bilder (siehe Abb. 7) oder kleine Bildausschnitte (Abb. 8), so sind die Farben weniger gestreut und die Fehler bei scharfer Zuordnung heben sich nicht mehr auf. Gerade in diesen Fällen sind Fuzzy-Farbhistogramme vorzuziehen.

Schließlich können die Momente aus dem Statischen Fuzzy Farbhistogramm berechnet werden und es ist ausserdem möglich, beliebige, anwendungsspezifische Partitionierungen des Farbraumes festzulegen, ohne dabei den Aufwand zu erhöhen.

Literatur

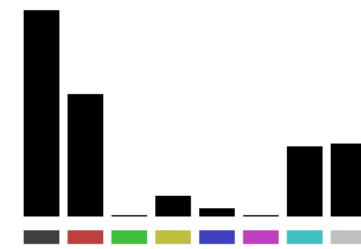
- [1] R. Lakmann: *Statistische Modellierung von Farbtexturen*, Fölbach, 1998
- [2] Y. Linde, A. Buzo, R.M. Gray: *An algorithm for vector quantizer design*, IEEE Transactions on Communications 28: 84-95, 1980
- [3] M. Richter: *Einführung in die Farbmatrik*, Gruyter, Berlin, 1981
- [4] D. Paulus: *Aktives Bildverstehen*, Habilitationsschrift, Universität Erlangen-Nürnberg, Osnabrück 2001
- [5] Y. Rubner, L. Guibas, C. Tomasi: *The Earth Mover's Distance, Multi Scaling, and Color-Based Image Retrieval* DARPA97, 661-668, 1997
- [6] B. Schiele: *Object Recognition using Multidimensional Receptive Field Histograms*, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble Cedex, 1997.
- [7] M. Swain, D. Ballard: *Color Indexing*, International Journal of Computer Vision, 7:1, 11-32, 1991
- [8] Zadeh, L. A.: *Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility*. Fuzzy Sets and Systems 1,3-28, 1978



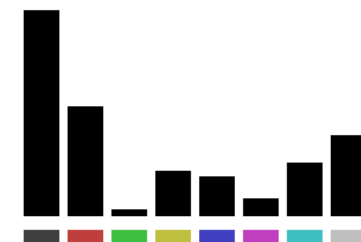
a) Originalbild



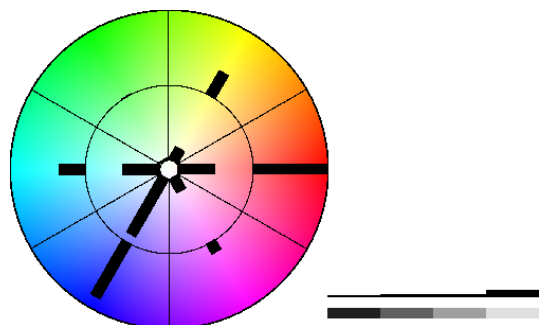
b) Dreikanalhistogramm



c) Statisches Farbhistogramm



d) Statisches Fuzzy Farbhistogramm RGB



e) Statisches Fuzzy Farbhistogramm HSV

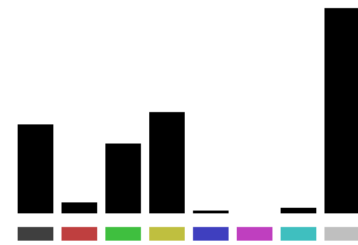
Abbildung 6: Farbhistogramme: Jan



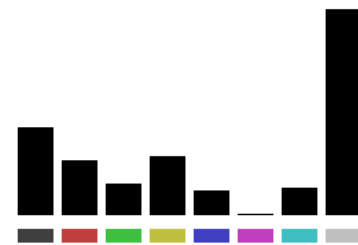
a) Originalbild



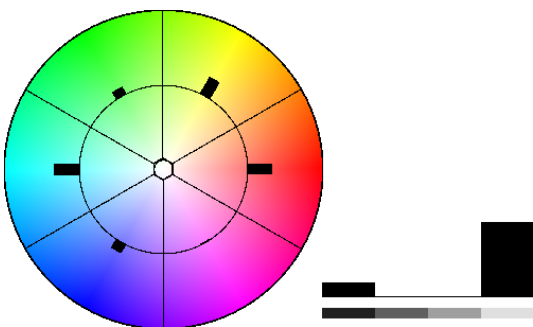
Rot-Kanal Grün-Kanal Blau-Kanal
b) Dreikanalhistogramm



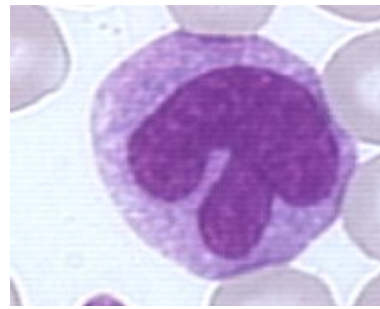
c) Statisches Farbhistogramm



d) Statisches Fuzzy Farbhistogramm RGB



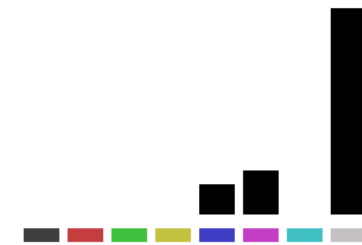
Chrominanz Luminanz
e) Statisches Fuzzy Farbhistogramm HSV



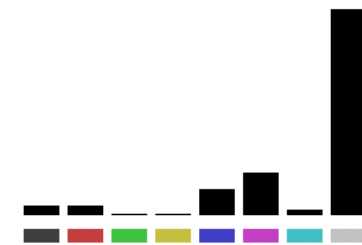
a) Originalbild



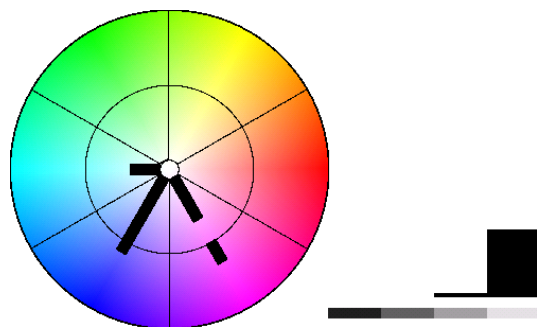
Rot-Kanal Grün-Kanal Blau-Kanal
b) Dreikanalhistogramm



c) Statisches Farbhistogramm



d) Statisches Fuzzy Farbhistogramm RGB



Chrominanz Luminanz
e) Statisches Fuzzy Farbhistogramm HSV

Abbildung 7: Farbhistogramme: Logo

Abbildung 8: Farbhistogramme: Zelle