

Eine Erweiterung der Wasserscheidentransformation für die Farbbildsegmentierung

Andreas Koschan, Tobias Harms
Technische Universität Berlin
Fachbereich Informatik
Institut für Technische Informatik
email: koschan@cs.tu-berlin.de

Abstract

Es wird eine Erweiterung der Wasserscheidentransformation für die Segmentierung von Farbbildern im *RGB*-Raum vorgestellt. Hierbei handelt es sich um ein hierarchisches Verfahren in mehreren Auflösungsstufen. Für jede Vektorkomponente des Farbbildes wird zunächst ein Gradientenbild bestimmt und dann werden für ein zusammengesetztes Gradientenbild die Wasserscheiden berechnet. Die weitere Segmentierung des Bildes erfolgt nicht auf den Bilddaten sondern auf Graphenstrukturen.

1. Einleitung

Die Segmentierung von Bildern bildet einen wesentlichen Vorverarbeitungsschritt innerhalb einer Bildverarbeitungskette. Der Erfolg oder Mißerfolg einer Bildverarbeitungsanwendung hängt häufig direkt von der Qualität der Segmentierungsergebnisse ab. Im Besonderen bei medizinischen Bildern hat sich die Wasserscheidentransformation als sehr zuverlässig für die Segmentierung von Grauwertbildern erwiesen [1, 2]. Von den Medizinern wird hierbei häufig eine interaktive Vorgehensweise bevorzugt. Dies bedeutet, daß sich zunächst ein Mediziner die, in der Regel übersegmentierten, Zwischenergebnisse auf dem Bildschirm ansieht. Anschließend wird interaktiv entschieden, welche Bereiche des Bildes weiter segmentiert werden sollen und welche Bereiche nicht. Bei derartigen Verfahren (siehe z.B. [3]) ist in der Regel eine automatische Segmentierung eines Bildes ohne Interaktion nicht vorgesehen. Bei anderen Anwendungen der Wasserscheidentransformation in der Medizin werden Vorinformationen über die Art und Anzahl der zu segmentierenden Regionen in das Verfahren einbezogen. Von Palm und Fischer [4] wurde beispielsweise ein Verfahren zur Lippensegmentierung in Farbbildsequenzen vorgestellt. Da die Anzahl und die Form der zu segmentierenden Objekte, der Lippen, bekannt sind, kann durch die Einbeziehung dieser Informationen in die Segmentierung das Verfahren sowohl robuster als auch schneller gemacht werden.

In diesem Artikel wird eine allgemeine Erweiterung der Wasserscheidentransformation für die Segmentierung von Farbbildern vorgestellt. Informationen über den Bildinhalt werden nicht vorausgesetzt und nicht benötigt. Es wird ein dreikanaliges Farbbild im *RGB*-Raum betrachtet. Würde auf jede der drei Vektorkomponenten des Farbsignals die Wasserscheidentransformation separat ausgeführt, so lägen am Ende des Segmentierungsprozesses drei Ergebnisse mit verschiedenen Regionen und Wasserscheiden vor. Für die Segmentierung von Farbbildern kann die Information aus den Vektorkomponenten des Farbsignals kombiniert werden. Bevor diese Vorgehensweise für Farbbilder erläutert wird, wird zunächst das Prinzip einer Wasserscheidentransformation am Beispiel einer Grauwertbildsegmentierung diskutiert. Hierzu werden einige grundlegende Begriffe festgelegt.

2. Die Wasserscheidentransformation für Grauwertbilder

Wird ein Grauwertbild als topographisches Relief betrachtet, so beschreibt der Bildwert $E(\mathbf{p})$ die Höhe der Oberfläche an der Stelle \mathbf{p} . Ein (*regionales*) *Minimum* von E in der Höhe von h ist eine zusammenhängende Komponente von Pixeln \mathbf{p} mit $E(\mathbf{p}) = h$, von der aus es unmöglich ist, einen Punkt niedrigerer Höhe zu erreichen, ohne einen Punkt größerer Höhe zu überwinden. Nehmen wir nun an, daß kleine Löcher in jedes Minimum der topographischen Oberfläche gebohrt werden und das Relief langsam in ein Wasserbecken eingetaucht wird. Durch den allmählichen Anstieg des Wasserstands werden die Täler des Reliefs gefüllt und es entstehen kleine Staubecken. An den

Stellen (Pixeln), wo das Wasser aus zwei oder mehr Staubecken zusammenfließen würden, wird nun ein Damm errichtet (vgl. Abb. 1).

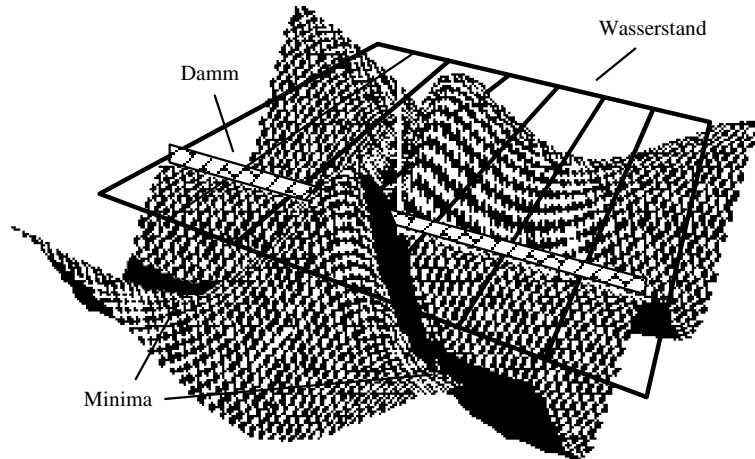


Abbildung 1: Beispiel für das Bauen eines Dammes an Stellen, an denen das Wasser aus zwei Staubecken zusammenfließen würde.

Die Menge von Dämmen, die so nach Beendigung des Eintauchprozesses entstanden ist, wird die *Wasserscheidentransformierte* des Bildes E genannt. Es sei A eine Pixelmenge und \mathbf{a}, \mathbf{b} zwei Pixel in A . Der *geodäsische Abstand* (*geodesic distance*) $d_A(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ zwischen zwei Pixeln \mathbf{a} und \mathbf{b} ist definiert als das Infimum der Längen aller Pfade von \mathbf{a} nach \mathbf{b} in A . Es sei $B \subseteq A$ partitioniert in k zusammenhängende Komponenten B_i , d.h. es gilt

$$B = \bigcup_{i=1}^k B_i .$$

Die *geodäsische Einflußzone* $iz_A(B_i)$ (*geodesic influence zone*) einer Komponente B_i innerhalb A ist definiert als der geometrische Ort aller Punkte \mathbf{p} in A , deren geodäsicher Abstand zu B_i kleiner als zu jeder anderen Komponente B_j von B ist. Es gilt

$$iz_A(B_i) = \left\{ \mathbf{p} \in A \mid \forall j \in \{1 \dots k\} \setminus \{i\} : d_A(\mathbf{p}, B_i) < d_A(\mathbf{p}, B_j) \right\} .$$

Die Menge $IZ_A(B)$ wird definiert als die Vereinigung der Einflußzonen der zusammenhängenden Komponenten von B , d.h.

$$IZ_A(B) = \bigcup_{i=1}^k iz_A(B_i) .$$

Das Komplement $SKIZ_A(B)$ der Menge $IZ_A(B)$ innerhalb A , d.h. $SKIZ_A(B) = A \setminus IZ_A(B)$, wird als *Skelettierung durch die Einflußzonen* (*skeleton by influence zones*) bezeichnet. Die Menge $T_h(E) = \{ \mathbf{p} \in D \mid E(\mathbf{p}) \leq h \}$ heißt Schwellenwertmenge von E auf dem Niveau h . h_{min} und h_{max} bezeichnen das Minimum bzw. das Maximum der Graustufen im digitalen Bild und Min_h bezeichnet die Vereinigung aller regionalen Minima auf der Höhe h .

Die algorithmische Durchführung der Wasserscheidentransformation läßt sich in drei Verarbeitungsschritte unterteilen (vgl. [5]):

1. Berechnung des Gradientenbildes,
2. Sortieren der Grauwerte des Gradientenbildes und
3. Berechnung der Wasserscheiden und Staubecken.

Das Gradientenbild repräsentiert den Betrag des Gradienten der Bildfunktion E . Aus Effizienzgründen ist es vorteilhaft, wenn auf alle Pixel im Gradientenbild, die denselben Grauwert haben,

direkt zugegriffen werden kann. Dazu werden die Grauwerte des Gradientenbildes in aufsteigender Reihenfolge sortiert und in einer Tabelle abgespeichert. Mittels dieser Tabelle und einer Nachbarschaftsrelation $N_G(\mathbf{p})$, die die Menge der (Vierer-, Sechser- oder Achter-) Nachbarn eines Pixels \mathbf{p} bezüglich eines Gitters G darstellt, können die Wasserscheiden und die Staubecken im Bild bestimmt werden.

Neben der Tabelle sind zwei Matrizen von der Größe des Gradientenbildes die wichtigsten Datenstrukturen in diesem Algorithmus. In einer der Matrizen, hier Arbeitsbild E_{seg} genannt, werden die Positionen der Staubecken und der Wasserscheiden abgespeichert. Die andere Matrix wird als Zusatzbild E_{aux} bezeichnet und ist für die Abspeicherung der geodäsischen Abstände jedes Pixel zum am nächsten gelegenen Bildbereich mit niedrigerem Schwellenwert vorgesehen.

Angenommen das Relief wurde bis zur Höhe h in ein Wasserbecken eingetaucht. In dem Arbeitsbild E_{seg} sind alle Pixel der bereits gefluteten Staubecken so markiert worden, daß sie eindeutig einem Minimum zugeordnet sind. Nun wird der Schwellenwert $h+1$ betrachtet und $IZ_{T_{h+1}(E)}(X_h(E))$ berechnet. Die geodäsischen Abstände aller Pixel der Graustufe $h+1$ zu den Pixel der Menge X_h wird in dem Zusatzbild E_{aux} gespeichert. Im Arbeitsbild werden alle Pixel markiert, die den Grauwert $h+1$ aufweisen. Hierzu wird die geodäsische Einflußzone bereits registrierter Staubecken innerhalb dieser Grauwertstufe berechnet. Alle Pixel, die in der Einflußzone eines Minimums liegen, werden als diesem Minimum zugehörig markiert. Somit werden vorhandene Staubecken ausgeweitet. Die bei einer Grauwertstufe neu auftretenden Minima werden registriert, indem ihnen eine eindeutige Marke zugeordnet wird. Hierdurch wird das Vorhandensein von Staubecken erstmals erkannt. Nach Beendigung des simulierten Eintauchens ($h = h_{max} - 1$) enthält das Arbeitsbild E_{seg} das (vorläufige) Segmentierungsergebnis.

Eine Schwierigkeit bei der Segmentierung mittels Wasserscheidentransformation besteht in der Übersegmentierung des Bildes. Hierunter wird die Aufspaltung homogener Regionen in viele kleine Regionen (z.B. aufgrund von Rauschen) verstanden. Bei der Wasserscheidentransformation ergeben sich Staubecken direkt aus der Existenz von Wasserscheiden ohne Berücksichtigung des relativen Helligkeitskontrasts. Somit ergeben sich im Gradientenbild Wasserscheiden, die allein auf ein Bildrauschen zurückzuführen sind. Die gesuchten Konturen aus einem so segmentierten Gradientenbild sind richtig lokalisiert. Sie gehen jedoch wegen der Übersegmentierung in einer Vielzahl nicht-relevanter Konturen unter.

Eine Möglichkeit, um diese Übersegmentierung zu verhindern, besteht in der Anwendung einer Schwellenwertoperation auf das berechnete Gradientenbild, wie dies z.B. von Saarinen [6] durchgeführt wird. Somit können Wasserscheiden nur dort entstehen, wo der Betrag des Gradienten eine gewisse Mindestgröße besitzt. Das Problem (einer jeden Schwellenwertoperation) besteht dann darin, den "besten" Schwellenwert für das jeweilige Bild zu bestimmen. Eine andere hier vorgestellte Möglichkeit zur Behandlung der Übersegmentierung ohne Verwendung eines Schwellenwertes besteht aus einem hierarchischen Wachstumsprozeß. Dazu werden zunächst alle Wasserscheiden und Staubecken des Originalbildes berechnet. Jedem Staubecken wird dann ein repräsentativer Wert zugewiesen, der beispielsweise aus den Grauwerten der entsprechenden Region im Originalbild berechnet wird.

Es entsteht ein vereinfachtes Originalbild, das sich aus kleinen Regionen mit einheitlichem Grauwert zusammensetzt. Ein solches Bild wird *Mosaikbild erster Ordnung* genannt. Der hierarchische Wachstumsprozeß besteht nun darin, daß auf diesem Mosaikbild erneut die Wasserscheidentransformation ausgeführt wird. Dabei verschmelzen die Regionen des Mosaikbildes erster Ordnung zu größeren Regionen. Hieraus läßt sich das Mosaikbild zweiter Ordnung bestimmen, auf welches dann erneut die Wasserscheidentransformation angewendet wird. Anstatt die Wasserscheidentransformation direkt auf die Mosaikbilder anzuwenden, wird diese auf eine Modellierung des Mosaikbildes durch Graphen angewendet [1].

3. Anwendung der Wasserscheidentransformation auf Graphen

Für die Ausführung der Wasserscheidentransformation auf die vorsegmentierten Regionen (im Mosaikbild) werden die Regionen und deren Nachbarschaftsbeziehungen durch einen Graphen

repräsentiert. Die Berechnung der Wasserscheiden auf Graphen wird analog zur Berechnung der Wasserscheiden auf Pixelbasis vorgenommen. Anstatt der Pixel des Originalbildes bilden dann die vorher bestimmten Regionen die Grundlage für die Berechnung der Wasserscheiden. Es sei $G = (V, K)$ ein Graph, wobei $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ die Menge der Knoten und $K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ die Menge der Kanten bezeichnet. Für $v, w \in V$ und $k \in K$ ist $(v, w) = k$ falls die Kante k die Knoten v und w miteinander verbindet. Die Nachbarschaft eines Knoten v ist gegeben durch $N_K(v) = \{w \in V \mid (v, w) \in K\}$. Der geodäsische Abstand $d_K(v_1, v_2)$ zwischen zwei Knoten $v_1, v_2 \in V$ ist gleich der Länge des kürzesten Pfades von v_1 nach v_2 . Existiert keine Verbindung zwischen v_1 und v_2 , dann erhält der geodäsische Abstand den Wert Unendlich.

Da ein Graph ebenso ein Gitter definiert wie ein digitales Bild, stellt die Anwendung der mathematischen Morphologie auf Graphen eine Verallgemeinerung der Anwendung auf Grauwertbilder dar [5]. Anhand der Definition des geodäsischen Abstands für Graphen können die durch die Skelettierung durch die Einflußzonen bestimmte Menge *SKIZ* und die Staubecken gebildet werden. Entscheidende Unterschiede zwischen den Grauwertbildern und den aus den Regionen abgeleiteten Graphen liegen z.B. in der nicht homogenen Nachbarschaftsstruktur der Graphen und in dem Sachverhalt, daß ein Knoten eines Graphs nicht mehr nur ein Pixel repräsentiert, sondern unter Umständen eine große Region. Letzteres ist von Bedeutung, wenn das Ergebnis einer Graphtransformation wieder als Grauwertbild interpretiert werden soll.

Die Regionen eines Mosaikbildes werden durch einen sogenannten Regionengraph repräsentiert, der unter Auswertung der Wasserscheiden erstellt wird. Die Wasserscheiden trennen angrenzende Regionen voneinander und somit kann aus ihnen leicht die Nachbarschaftsrelation der Regionen abgelesen werden. Jeder Knoten des Graphs repräsentiert eine Region im Mosaikbild. Sind die Regionen zweier Knoten benachbart, so wird diese Beziehung durch eine Kante zwischen den beiden Knoten modelliert. Abb. 2 zeigt ein Beispiel eines Regionengraphs für ein vorsegmentiertes Mosaikbild. Der Wert eines Knotens $G_R(v_i)$ im Regionengraph kann durch ein oder mehrere Merkmale der Region bestimmt sein (z.B. Größe der Region, Mittelwert und Varianz der Grauwerte innerhalb der Region, etc.).

Ein Problem bei der Anwendung der Wasserscheidentransformation auf einen Regionengraph besteht darin, daß der Graph nicht notwendigerweise Informationen über die Grauwertunterschiede benachbarter Regionen enthält. Saarinen [6] schlägt hierzu vor, die Kanten im Regionengraph mit einer Gewichtung basierend auf den Größen der Regionen und dem Euklidischen Abstand zwischen den Bildwerten der Regionen zu versehen. Eine andere Vorgehensweise besteht darin, ähnlich zu der Bestimmung des Gradientenbildes aus dem Originalbild, einen sogenannten Gradientengraph aus dem Regionengraph zu berechnen.

Die Bestimmung eines solchen Gradientengraphs kann beispielsweise dadurch erfolgen, daß jeder Region der Mittelwert der Differenzen zu den angrenzenden Regionen zugeordnet wird. Die Wasserscheidentransformation kann dann auf diesen Gradientengraph, dessen Struktur der des Regionengraphs gleicht, angewendet werden. Da jedoch die Mittelwerte nur eine ungefähre Annäherung an die tatsächlichen Grauwertunterschiede zwischen den Regionen darstellen, kann es vorkommen, daß die Konturen der segmentierten Regionen nur ungenau mit denen des Originalbildes übereinstimmen. In [7] wird die Modellierung des Gradienten auf Graphebene durch einen Konturengraph vorgeschlagen. Diese Vorgehensweise wird nachfolgend weiter verfolgt.

Jeder Kante des Regionengraphs entspricht ein Knoten im Konturengraph. Der Wert eines Knotens $G_K(v_{i,j})$ im Konturengraph wird durch den Betrag der Wertedifferenz zweier benachbarter Regionen i und j gemäß

$$G_K(v_{i,j}) = |G_R(v_i) - G_R(v_j)|$$

festgelegt. Alle Knoten, deren Konturen ein Staubecken umschließen, stehen miteinander in Verbindung. Im Gegensatz zum Regionengraph, der planar ist, muß dies für den Konturengraph nicht gelten. Auf einem so definierten Konturengraph kann wieder das Eintauchen in ein Wasserbecken simuliert werden. Hierzu werden die Knoten des Konturengraphs in aufsteigender Reihenfolge in einer Tabelle eingetragen. Anschließend wird der Wasserscheidenalgorithmus für diese Tabelle und die auf dem Konturengraph definierte Nachbarschaftsrelation $N_K(v)$ ausgeführt. Dieje-

nigen Knoten des Konturengraphs, die zum selben neu berechneten Staubecken gehören, erhalten im Konturengraph das selbe Label. Knoten, die Staubecken voneinander trennen, werden als Wasserscheiden markiert (in Abb. 2 schattiert unterlegt). Anhand der Label des Konturengraphs wird nun entschieden, welche Regionen miteinander verschmelzen und welche getrennt bleiben.

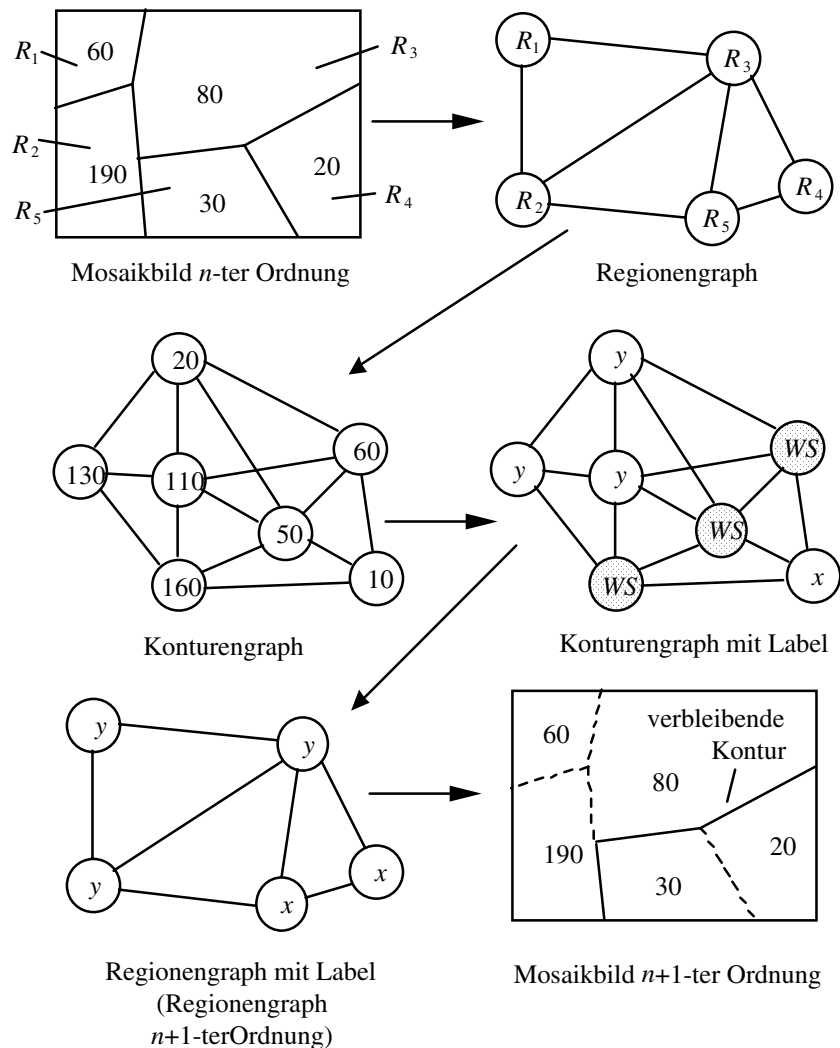


Abbildung 2: Beispielskizze für die Berechnung eines Mosaikbildes der nächst höheren Ordnung.

Für die Erzeugung eines Mosaikbildes der nächst höheren Ordnung wird der Konturengraph in einem Zwischenschritt zunächst in einen Regionengraph der nächst höheren Ordnung überführt. Ist ein Konturknoten als Wasserscheide markiert, so dürfen die beiden Regionen (-knoten), aus denen der Konturknoten hervorgegangen ist, nicht zusammengefaßt werden. Wurde einem Konturknoten hingegen ein Label zugeordnet (z.B. x oder y in Abb. 2), so werden die beiden Regionen (-knoten), aus denen der Konturknoten hervorgegangen ist, unter diesem Label vereinigt. Anhand des Regionengraphs der nächst höheren Ordnung kann dann das Mosaikbild der nächst höheren Ordnung erzeugt werden (siehe Beispiel in Abb. 2). Diese Vorgehensweise kann mehrfach (z.B. sechsmal) durchgeführt werden, um die übersegmentierten Bildbereiche zu verschmelzen. Die Zahl Sechs ist hierbei eine heuristische Größe, die sich aus Erfahrungen mit den untersuchten Testbildern ergeben hat.

4. Erweiterung der Wasserscheidentransformation für Farbbilder

Bisher wurde ausschließlich die Wasserscheidentransformation für Grauwertbilder betrachtet. Es wird nun eine Erweiterung dieses Verfahrens zur Segmentierung von Farbbildern angegeben. Hierzu wird im RGB -Raum ein dreikanaliges Farbbild $C(x, y) = (R(x, y), G(x, y), B(x, y))$ betrachtet und die Information aus den Vektorkomponenten des Farbsignals kombiniert. In einem ersten

Verarbeitungsschritt wird das Originalbild mittels des Vektormedian gefiltert, um kleine Störungen der Bildfunktion zu unterdrücken. Anschließend wird für jede Vektorkomponente ein Gradientenbild berechnet. Aus den drei resultierenden Gradientenbildern G_R , G_G und G_B für den roten, grünen und den blauen Spektralauszug wird das zusammengesetzte Gradientenbild G_C bestimmt. Dazu werden Vektoren aus den drei Gradientenbildern gebildet und die Länge der Vektoren wird in G_C gemäß

$$G_C(x, y) = \sqrt{G_R(x, y)^2 + G_G(x, y)^2 + G_B(x, y)^2}$$

eingetragen. Die Regionen und Wasserscheiden können nun anhand der oben angegebenen Vorgehensweise für das zusammengesetzte Gradientenbild G_C berechnet werden. In dem Mosaikbild erster Ordnung wird für jede Region der mittels Vektormedian bestimmte Farbwert eingetragen. Zur Fortsetzung des Segmentierungsprozesses wird das Mosaikbild in einen Regionengraph überführt. Jede Region im Regionengraph wird durch die repräsentativen Werte für jede Vektorkomponente $(v_r, v_g, v_b)^T$ charakterisiert. Anschließend wird der Regionengraph in einen Konturengraph überführt. Der Wert eines Knotens $G_K(v_{k,l})$ im Konturengraph wird mittels der Maximumsnorm im RGB-Raum für zwei benachbarte Regionen k und l gemäß

$$G_K(v_{k,l}) = \max \left\{ \left| v_r^k - v_r^l \right|, \left| v_g^k - v_g^l \right|, \left| v_b^k - v_b^l \right| \right\}$$

festgelegt. Aus diesem Konturengraph kann das nächste Mosaikbild berechnet werden. Dieser Wachstumsprozeß wird iterativ (z.B. sechsmal) durchgeführt.

5. Ergebnisse

In Abb. 3 und 4 wird die Wasserscheidentransformation und der Wachstumsprozeß für ein ausgewähltes Beispielbild "PAPRIKA" illustriert. Neben dem Originalbild und dem zusammengesetzten Gradientenbild sind die Mosaikbilder erster bis sechster Ordnung dargestellt. Das Mosaikbild sechster Ordnung repräsentiert das Segmentierungsergebnis. Abgesehen von kleinen Störungen im unteren Teil der vorderen Paprikaschote wurde mit der Erweiterung der Wasserscheidentransformation für Farbbilder eine gute Segmentierung erreicht. Bei der in diesem Artikel vorgestellten Segmentierung handelt es sich um ein hierarchisches Verfahren in mehreren Auflösungsstufen. Die Ergebnisse haben jedoch für die untersuchten Testbilder gezeigt, daß in der Regel sechs Iterationen ausreichend sind für eine gute Segmentierung des Farbbildes.

6. Literatur

- [1] S. Wegner, T. Harms, J.H. Bultjes, H. Oswald, E. Fleck: *The watershed transformation for multiresolution image segmentation*. Proc. 8th International Conference on Image Analysis and Processing, San Remo, Italien, September 1995, S. 31-36.
- [2] S. Wegner, D. Stalling, H.C. Hege, H. Oswald, E. Fleck: *Die 3D-Wasserscheidentransformation auf Graphebene - eine Anwendung für die Hyperthermieplanung*. Proc. Digitale Bildverarbeitung in der Medizin, B. Arnold, H. Müller, D. Saupe, T. Tolxdorff (Hrsg.), Freiburg, 1997, S. 100-106.
- [3] T. Schindewolf, H.O. Peitgen: *Interaktive Bildsegmentierung von CT- und MR-Daten auf Basis einer modifizierten hierarchischen Wasserscheidentransformation*. Proc. Bildverarbeitung für die Medizin 2000, A. Horsch, T. Lehmann (Hrsg.), München, März 2000, S. 96-100.
- [4] C. Palm, B. Fischer: *Hierarchische Wasserscheiden-Transformation zur Lippensegmentierung in Farbbildsequenzen*. Proc. Bildverarbeitung für die Medizin 2000, A. Horsch, T. Lehmann (Hrsg.), München, März 2000, S. 106-110.
- [5] L. Vincent, P. Soille: *Watersheds in digital spaces: an efficient algorithm based on immersion simulations*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence **13** (1991), S. 583-598.
- [6] K. Saarienen: *Color image segmentation by a watershed algorithm and region adjacency graph processing*. Proc. International Conference on Image Processing, 1994, Vol. III, S. 1021-1025.
- [7] S. Zehetbauer, U. Meyer-Gruhl: *Segmentierung und Analyse drei- und vierdimensionaler Ultraschall Datensätze*. Proc. 15. DAGM-Symposium Mustererkennung 1993, S.J. Pöppel, H. Handels (Hrsg.), Lübeck, September 1993, S. 118-125.

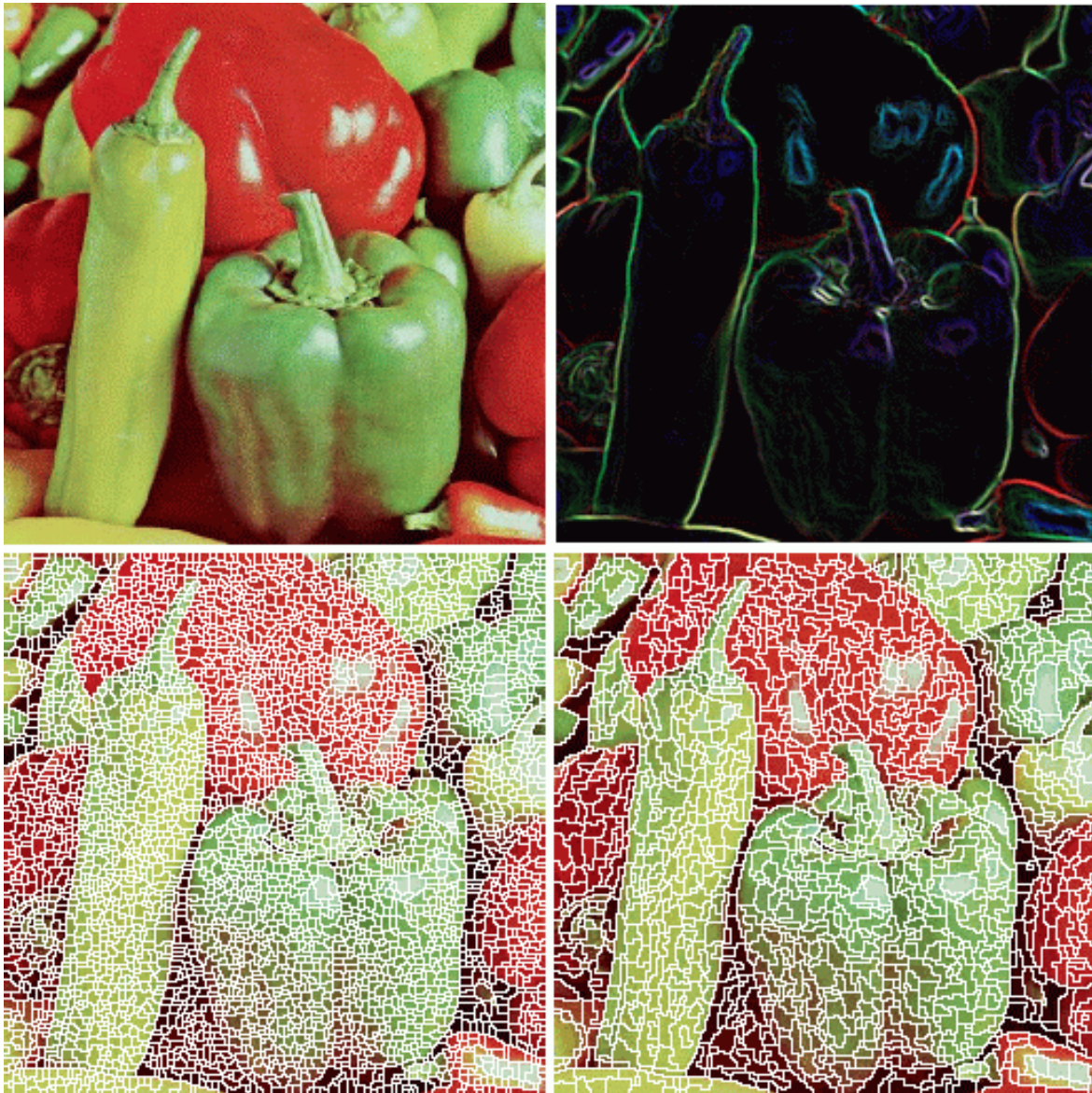


Abbildung 3: Das Farbbild "PAPRIKA" (oben links), das Gradientenbild der mittels Vektormedian gefilterten Originaldaten (oben rechts), das Mosaikbild erster Ordnung (unten links) und das Mosaikbild zweiter Ordnung (unten rechts).

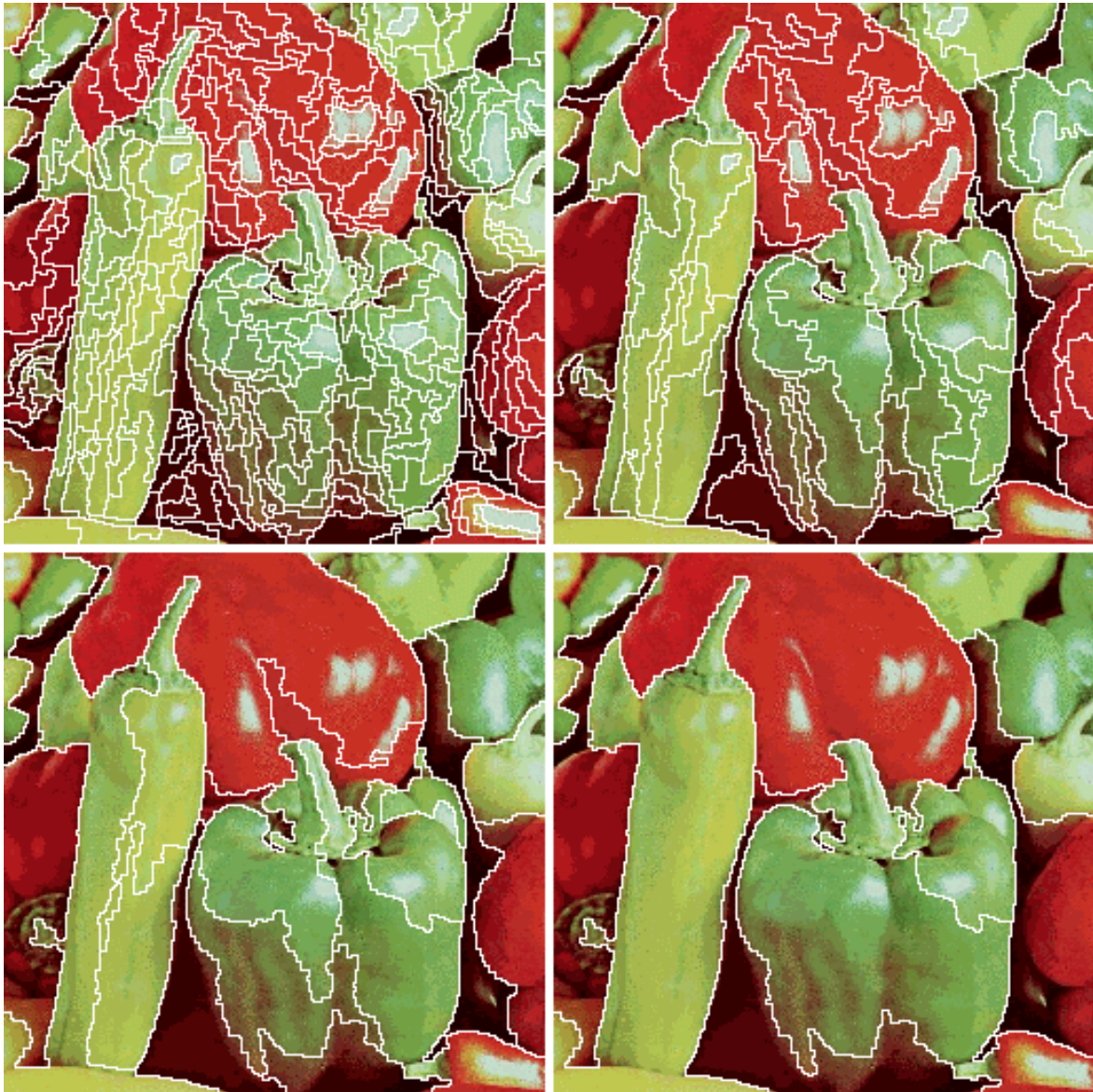


Abbildung 4: Die Mosaikbilder dritter Ordnung (oben links), vierter Ordnung (oben rechts), fünfter Ordnung (unten links) und sechster Ordnung (unten rechts) für das Farbbild "PAPRIKA".